Formulaire de trigonométrie

Soient a et b des réels. Les deux premières formules sont les plus importantes.

$$\cos(a+b) = \cos a \cos b - \sin a \sin b \tag{1}$$
$$\sin(a+b) = \sin a \cos b + \cos a \sin b \tag{2}$$

Ces deux formules peuvent se retrouver avec l'égalité $\mathrm{e}^{i(a+b)} = \mathrm{e}^{ia}\mathrm{e}^{ib}$.
En changeant b en $-b$ on obtient de suite (cos est paire et sin est impaire) :

$$\cos(a-b) = \cos a \cos b + \sin a \sin b \tag{3}$$
$$\sin(a-b) = \sin a \cos b - \cos a \sin b \tag{4}$$

Grâce au formules précédentes, par soustraction ou addition, on obtient (par exemple (5) provient de (1) + (3)) :

$$\cos a \cos b = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) + \cos(a+b)\right) \tag{5}$$
$$\sin a \sin b = \frac{1}{2}\left(\cos(a-b) - \cos(a+b)\right) \tag{6}$$
$$\cos a \sin b = \frac{1}{2}\left(\sin(a+b) + \sin(a-b)\right) \tag{7}$$

On a des cas particuliers **importants** en prenant $a = b$ dans les formules (1) et (2).

$$\cos 2a = \cos^2 a - \sin^2 a \tag{8}$$
$$\cos 2a = 2\cos^2 a - 1 \tag{9}$$
$$\sin 2a = 2 \sin a \cos a \tag{10}$$

Les formules (8) et (9) donnent en particulier :

$$\cos^2 a = \frac{1+\cos 2a}{2} \quad \text{et} \quad \sin^2 a = \frac{1-\cos 2a}{2} \tag{11}$$

Enfin on obtient les dernières formules (qu'il faut savoir retrouver) à partir des formules (5) à (7) en posant $p = a + b$ et $q = a - b$:

$$\cos p + \cos q = 2\cos\frac{p+q}{2}\cos\frac{p-q}{2} \tag{12}$$
$$\cos p - \cos q = -2\sin\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2} \tag{13}$$
$$\sin p + \sin q = 2\cos\frac{p+q}{2}\sin\frac{p-q}{2} \tag{14}$$

Pour la fonction tangente on a :

$$\tan(a+b) = \frac{\tan a + \tan b}{1 - \tan a \tan b} \tag{15}$$

Enfin en posant $t = \tan\frac{\theta}{2}$ on obtient :

$$\cos\theta = \frac{1-t^2}{1+t^2}, \quad \sin\theta = \frac{2t}{1+t^2} \quad \text{et} \quad \tan\theta = \frac{2t}{1-t^2} \tag{16}$$